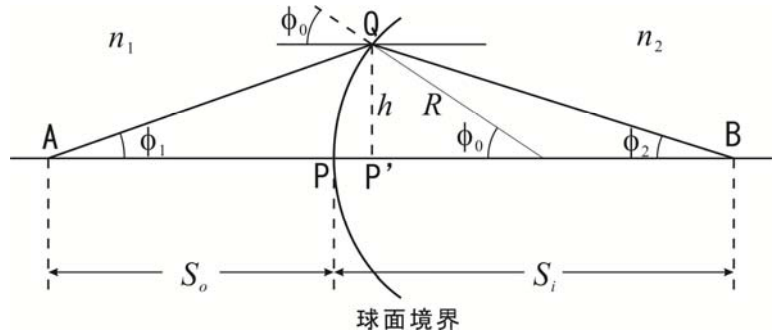


1. 右図において、球面の左側の媒質 (屈折率 n_1) の A 点から出た光が球面上の Q 点に達し、屈折し、右側の媒質 (屈折率 n_2) の B 点に達するとき、

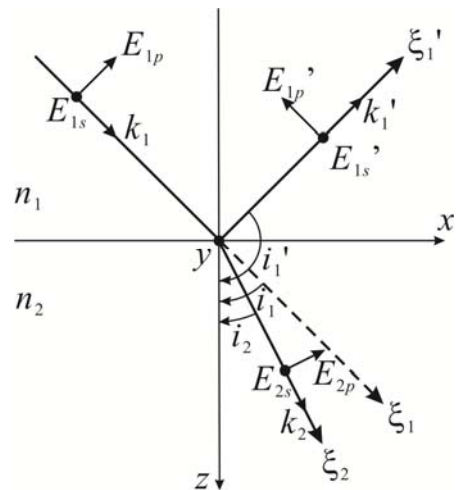


- 1) Q 点におけるスネルの法則を $n_1, n_2, \phi_0, \phi_1, \phi_2$ を用いて表せ。
- 2) ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 が十分に小さいと仮定して、 ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 を h, R, S_0, S_i を用いて表せ。
- 3) 1)、2)の結果を用いて、A 点から球面までの距離 S_0 と球面から B 点までの距離 S_i の関係を表す結像の式を求めよ。
- 4) 3) で求めた結像の式から、この球面の前側焦点距離 (f_A) と後側焦点距離 (f_B) を求めよ。

2. $+z$ 方向に伝搬する光波 $E(z, t) = E_+ \left(t - \frac{z}{v} \right)$ も $-z$ 方向に伝搬する光波 $E(z, t) = E_- \left(t + \frac{z}{v} \right)$ も波動方程

$$\nabla^2 E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \text{ を満たすことを示せ。ただし、 } v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \text{ は光波の伝搬速度である。}$$

3. 右図のように媒質 I (屈折率 n_1) から媒質 II (屈折率 n_2) に光波が進むとき、境界面では境界条件より、 p 成分と s 成分の振幅反射係数は、それぞれ、 $r_p = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)}$ 、 $r_s = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}$ とし



て求められる。

- 1) 振幅反射係数とスネルの法則からブルースター角を求めよ。
- 2) 光波がブルースター角で境界面に入射するとどのような現象が起こるか説明せよ。

4. 振幅を E_0 で z 方向に進む光波の偏光方向が x 軸である直線偏光が x 軸から 30° 傾いた偏光子を透過後、さらに x 軸から 60° 傾いた偏光子を透過した。これら 2 枚の偏光子を透過した後の光波の振幅と強度を求めよ。

5. 図に示す単スリット (x 方向の振幅透過率:

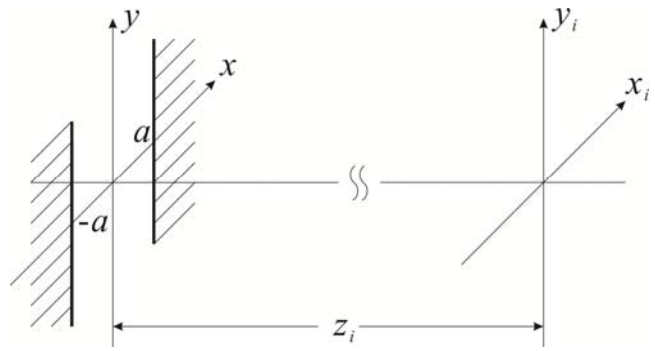
$$g(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}, \quad y \text{ 方向: 一様) のフラウ$$

ンホーファー回折において、

1) フラウンホーファー回折積分:

$$u(x_i) = c \int g(x) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda z_i} x_i x} dx \quad \text{を用いて、単スリット}$$

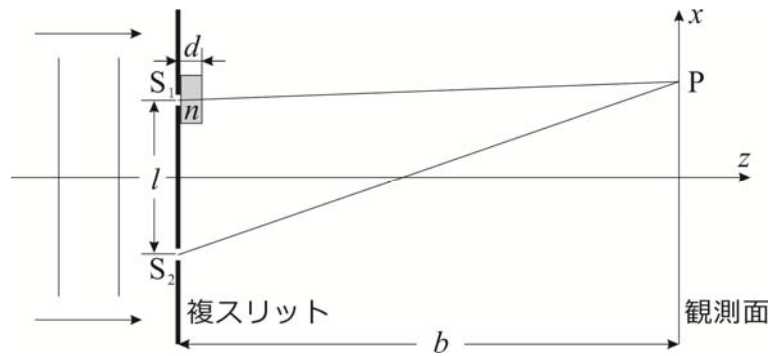
トのフラウンホーファー回折像の振幅分布を求めよ。



2) 1) で求めたフラウンホーファー回折像の振幅分布を図示せよ。また、単スリットのスリット幅が小さくなるとフラウンホーファー回折像はどうか説明せよ。

6. 図に示すようなヤングの干渉実験において、片方のスリット直後に屈折率 n 、厚さ d の薄い膜をおくと、観測面における干渉縞は x 方向に移動する。

1) S_1 から P 点に到達する光波と S_2 から P 点に到達する光波の位相差を求めよ。ただし、干渉計の周りの屈折率は $n=1$ とする。



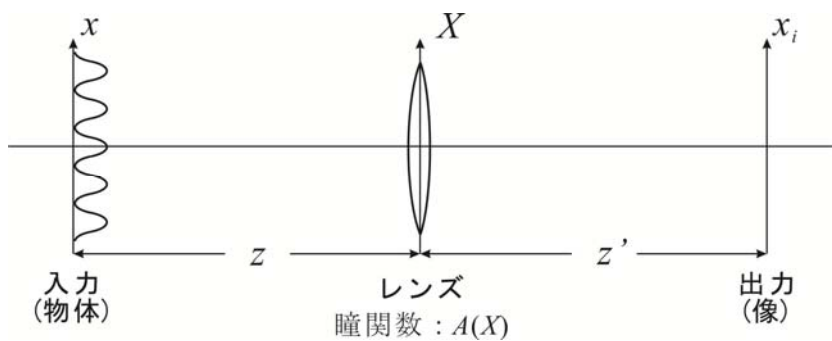
2) 薄い膜を入れたことによる干渉縞の移動量を求めよ。

7. 図のような結像系において、入力の振幅が $g(x) = 1 + \cos 2\pi f_0 x$ で、瞳関数 (CTF) が $-1.2f_0 \sim 1.2f_0$ の広がりがあるとき、

1) 入力の振幅のスペクトルを求めよ。

2) 入力の強度のスペクトルを求めよ。

3) 入力の振幅のスペクトルと CTF の関係、および、入力の強度のスペクトルと OTF の関係を図示し、コヒーレント結像系とインコヒーレント結像系の結像特性の違いについて説明せよ。



H27 年度光情報エレクトロニクス 試験問題 解答

1. 右図において、球面の左側の媒質(屈折率 n_1)の A 点から出た光が球面上の Q 点に達し、屈折し、右側の媒質(屈折率 n_2)の B 点に達するとき、

1) Q 点におけるスネルの法則を $n_1, n_2, \phi_0, \phi_1, \phi_2$ を用いて表せ。(4)

解 $n_1 \sin(\phi_0 + \phi_1) = n_2 \sin(\phi_0 - \phi_2)$

2) ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 が十分に小さいと仮定して、 ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 を h, R, S_0, S_1 を用いて表せ。(4)

解 $\phi_0 \approx \frac{h}{R}, \phi_1 \approx \frac{h}{S_0}, \phi_2 \approx \frac{h}{S_i}$

3) 1)、2)の結果を用いて、A 点から球面までの距離 S_0 と球面から B 点までの距離 S_1 の関係を表す結像の式を求めよ。(4)

解 $n_1 \sin(\phi_0 + \phi_1) = n_2 \sin(\phi_0 - \phi_2)$ の両辺に $\phi_0 \approx \frac{h}{R}, \phi_1 \approx \frac{h}{S_0}, \phi_2 \approx \frac{h}{S_i}$ を代入して、

$$n_1 \left(\frac{h}{R} + \frac{h}{S_0} \right) = n_2 \left(\frac{h}{R} - \frac{h}{S_i} \right), \text{ したがって結像式は、 } \frac{n_1}{S_0} + \frac{n_2}{S_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

4) 3) で求めた結像の式から、この球面の前側焦点距離 (f_A) と後側焦点距離 (f_B) を求めよ。(6)

解 前側焦点距離は $S_i \rightarrow \infty$ としたときの S_0 で与えられるので、 $S_i \rightarrow \infty, S_0 \rightarrow f$ として、 $\frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ より

$$f = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R \text{ となる。}$$

また、後側焦点距離は $S_0 \rightarrow \infty$ としたときの S_i で与えられるので、 $S_0 \rightarrow \infty, S_i \rightarrow f'$ として、

$$\frac{n_2}{f'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \text{ より、 } f' = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R \text{ となる。}$$

2. $+z$ 方向に伝搬する光波 $E(z, t) = E_+ \left(t - \frac{z}{v} \right)$ も $-z$ 方向に伝搬する光波 $E(z, t) = E_- \left(t + \frac{z}{v} \right)$ も波動方程式

$$\nabla^2 E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \text{ を満たすことを示せ。ただし、 } v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \text{ は光波の伝搬速度である。 (8)}$$

解 $u = t - \frac{z}{v}$ において $E_x(z, t) = E_+(u)$ を時間 t について偏微分すると

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial E_+}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial E_+}{\partial u}, \quad \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\partial E_+}{\partial u} \right) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 E_+}{\partial u^2}$$

同じく、 z について偏微分すると

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_+}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{v} \frac{\partial E_+}{\partial u}, \quad \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\partial E_+}{\partial u} \right) \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_+}{\partial u^2}$$

したがって、これら二つの 2 次偏導関数をまとめると

$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$ が得られ、波動方程式を満たすことがわかる。

3. 右図のように媒質 I (屈折率 n_1) から媒質 II (屈折率 n_2) に光波が進むとき、境界面では境界条件より、 p 成分と s 成分の振幅反射係数は、それぞれ、 $r_p = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)}$ 、 $r_s = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}$ として求められる。

1) 振幅反射係数とスネルの法則からブルースター角を求めよ。(6)

解 ブルースター角は振幅反射係数において $r_p \rightarrow 0$ として与えられるので $i_1 + i_2 = 0$ のとき生じる。したがって、スネルの法則 ($n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$) より

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right) = n_2 \cos i_1, \therefore \tan i_1 = \frac{n_2}{n_1}, \therefore i_1 = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

2) 光波がブルースター角で境界面に入射するとどのような現象が起こるか説明せよ。(6)

解 $r_p \rightarrow 0$ なので p 成分は無くなるが、 $r_s = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}$ より s 成分は 0 にはならない。したがって反射光は s 成分のみとなり、紙面に垂直な振動面を持つ直線偏光となる。

4. 偏光方向が x 軸の z 方向に進む直線偏光が x 軸から 30° 傾いた偏光子を透過後、さらに x 軸から 60° 傾いた偏光子を透過した。入射光の振幅を E_0 として、これら 2 枚の偏光子を透過した後の光の振幅 E と強度 I を求めよ。(8)

解 1 枚目の偏光子透過光の振幅は $E = E_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} E_0$ 。さらに 2 枚目の偏光子を透過すると

振幅は $E = \frac{\sqrt{3}}{2} E_0 \cos 30^\circ = \frac{3}{4} E_0$ 。したがって、強度は $I = \text{振幅}^2$ より $I = \left(\frac{3}{4} E_0\right)^2 = \frac{9}{16} E_0^2$ 。

5. 図に示す単スリット (x 方向の振幅透過率: $g(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$ 、 y 方向: 一様) のフラウンホーファー回折

において、

1) フラウンホーファー回折積分: $u(x_i) = c \int g(x) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda z_i} x_i x} dx$ を用いて、単スリットのフラウンホーファー回折像の振幅分布を求めよ。(9)

解

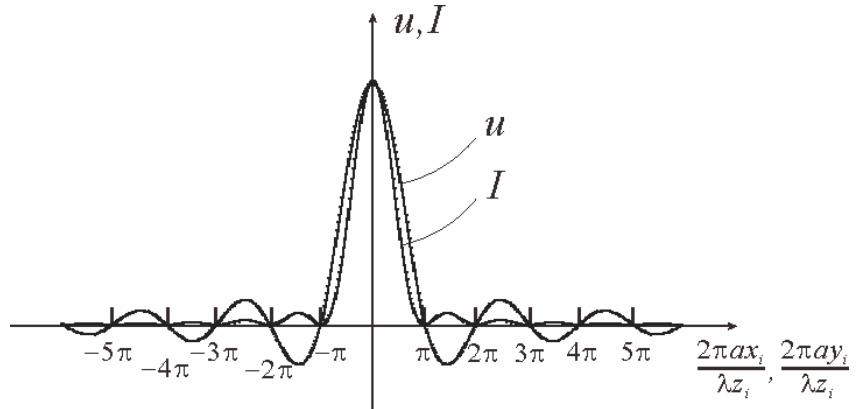
$$u(x_i) = c \int_{-a}^a e^{-2\pi j \frac{x_i x_0}{\lambda z_i}} dx_0 = 2c \int_0^a e^{-2\pi j \frac{x_i x_0}{\lambda z_i}} dx_0 = 2c \frac{\left[\frac{\sin \frac{2\pi x_i x_0}{\lambda z_i} \right]_0^a}{\frac{2\pi x_i}{\lambda z_i}} = 2ac \frac{\sin \frac{2\pi x_i a}{\lambda z_i}}{\frac{2\pi x_i a}{\lambda z_i}} = 2ac \operatorname{sinc} \left(\frac{2x_i a}{\lambda z_i} \right)$$

2) 1) で求めたフラウンホーファー回折像の振幅分布を図示せよ。また、単スリットのスリット幅が小さくなるとフラウンホーファー回折像はどうか説明せよ。(4+5=9)

解 フラウンホーファー回折パター

ンの中心部の幅が $2 \times \frac{\lambda z}{2a}$ で

与えられるので、単スリットの幅 ($2a$) が小さくなると回折パターンは広がる。



6. 図に示すようなヤングの干渉実験において、片方のスリット直後に屈折率 n 、厚さ d の薄い膜をおくと、観測面における干渉縞は x 方向に移動する。

1) S_1 から P 点に到達する光波と S_2 から P 点に到達する光波の位相差を求めよ。ただし、干渉計の周りの屈折率は $n=1$ とする。(9)

解 S_1 から P に到達する光は光路が $(n-1)d$ だけ変わるから位相は $k(S_1P+(n-1)d)$ となる。したがって、 S_1 と S_2 から P に到達する光の位相差は

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{l}{b} x + (n-1)d \right)$$

2) 薄い膜を入れたことによる干渉縞の移動量を求めよ。(9)

解 干渉縞の明線は $\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{l}{b} x + (n-1)d \right) = 2m\pi$ で現れる。この位置は $x = \frac{m\lambda - (n-1)d}{l} b$ で与えられる。

したがって、膜がないとき $x=0$ に現れる明線は膜があると $x = \frac{-(n-1)d}{l} b$ に現れるので干渉縞の

移動量は $\frac{(n-1)db}{l}$ となる。

7. 図のような結像系において、入力の振幅が $g(x) = 1 + \cos 2\pi f_0 x$ で、瞳関数 (CTF) が $-1.2f_0 \sim 1.2f_0$ の広がりがあるとき、

1) 入力の振幅のスペクトルを求めよ。(5)

解 $G(f_x) = \int g_0(x) e^{-2\pi j f_x x} dx = \int \left(1 + \frac{e^{2\pi j f_0 x} + e^{-2\pi j f_0 x}}{2} \right) e^{-2\pi j f_x x} dx = \delta(f_0) + \frac{1}{2} \{ \delta(f_x - f_0) + \delta(f_x + f_0) \}$

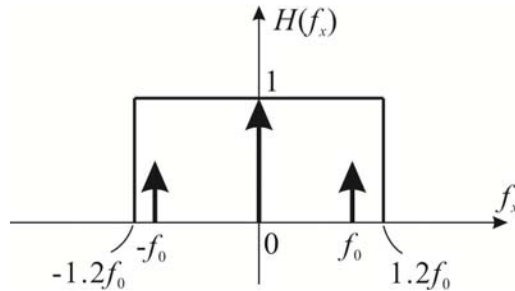
2) 入力の強度のスペクトルを求めよ。(5)

解 $G_i(f_x) = \int g_0^2(x) e^{-2\pi j f_x x} dx = \int (1 + 2 \cos 2\pi f_0 x + \cos^2 2\pi f_0 x) e^{-2\pi j f_x x} dx$

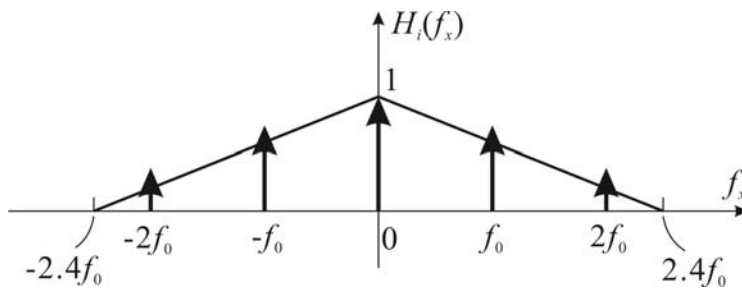
$$\begin{aligned}
&= \int \left(\frac{3}{2} + e^{j2\pi f_0 x} + e^{-j2\pi f_0 x} + \frac{e^{j2\pi 2f_0 x} + e^{-j2\pi 2f_0 x}}{4} \right) e^{-2\pi j f_x x} dx \\
&= \frac{3}{2} \delta(f_x) + \delta(f_x - f_0) + \delta(f_x + f_0) + \frac{1}{4} \{ \delta(f_x - 2f_0) + \delta(f_x + 2f_0) \}
\end{aligned}$$

3) 入力の振幅のスペクトルと CTF の関係、および、入力の強度のスペクトルと OTF の関係を図示し、コヒーレント結像系とインコヒーレント結像系の結像特性の違いについて説明せよ。(3+3+2=8)

解 コヒーレント系するとき、入力のスペクトルと CTF の関係をグラフで表すと



インコヒーレント系するとき入力のスペクトルと OTF の関係をグラフで表すと



従ってコヒーレント系では入力は全て出力に寄与するが、インコヒーレント系では f_0 成分、および、 $2f_0$ 成分の透過率が下がり、一部が出力に寄与しない。したがって、インコヒーレント系の方の出力像が劣化する。